

Thermo SIE GC

Examen 2020 SIE et GC

7 August 2020 08:15 - 11:15



8	8	2	0	1	1	3
1	1	1	1	X	X	1
2	2	X	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	X
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
X	X	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9
0	0	0	X	0	0	0

113. FAKE-10

sciper : 990010

## Ne pas ouvrir avant le début de l'épreuve

### Mode d'emploi :

- Vérifier que votre nom et numéro sciper sont corrects
- Le cahier ne doit pas être dégraffé, les pages ne doivent pas être séparées. Les brouillons ne seront pas ramassés. Seul le cahier est ramassé et corrigé
- **Ne pas ajouter de feuilles sur papier libre. Elles ne seront pas scannées et donc pas corrigées**
- Des cadres libres ont été ajoutés à la fin des exercices et du feuillet, en cas de nécessité

### Procédures spéciales covid :

- Port du masque obligatoire lors de tout déplacement dans la salle
- Le ramassage des copies se fait uniquement à la table, même pour les départs anticipés
- Il est strictement interdit d'ouvrir le cahier de l'énoncé avant le début de l'examen
- Il est strictement interdit d'écrire sur le cahier de l'examen après la fin de l'examen
- Tout manquement à ces règles entraînera une exclusion de l'examen

Dans tous les problèmes, sauf indication contraire, les résultats sont à exprimer en fonction des données fournies et des constantes physiques connues. Chaque réponse doit être justifiée dans le cadre prévu à cet effet.

L'examen comporte 26 pages avec 3 exercices, numérotés de 1 à 3.

Le nombre de points maximum pour cet examen est de 50 points.

L'exercice 3 comprend des questions bonus pouvant rapporter 3 points supplémentaires

Seul document autorisé: une page A4 recto/verso. Pas de calculatrice. Pas de téléphone.

Beaucoup des questions sont conceptuelles ou bien nécessitent très peu de calculs et sont indépendantes les unes des autres. On pourra admettre la solution d'une question donnée dans l'énoncé pour résoudre les questions suivantes.

This page is left blank intentionally

## Exercice 1 : Autre méthode de mesure de la température du zéro absolu (15 pts)

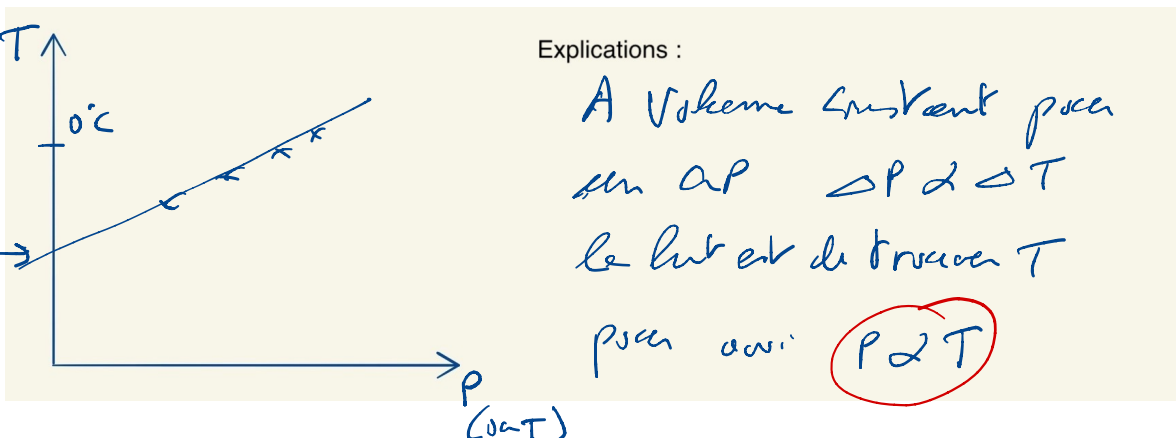
Notations de l'énoncé (liste non exhaustive) :

$P_{\text{tot}}$	Pression du gaz dans l'éprouvette	$P_{\text{air}}$	Pression partielle de l'air dans l'éprouvette
$P_{\text{atm}}$	Pression atmosphérique ( $10^5 \text{ Pa}$ )	$P_{\text{sat}}$	Pression de vapeur saturante de l'eau
$T$	Température de l'eau	$V$	Volume du gaz emprisonné dans l'éprouvette
$h$	Hauteur de la colonne d'air dans l'éprouvette	$R$	Constante des gaz parfait
$\rho$	Masse volumique de l'eau ( $10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ )	$g$	Accélération de la pesanteur ( $10 \text{ m.s}^{-2}$ )
$n$	Nombre de moles d'air dans l'éprouvette		
$H$	Distance entre le haut de l'éprouvette et la surface de l'eau		

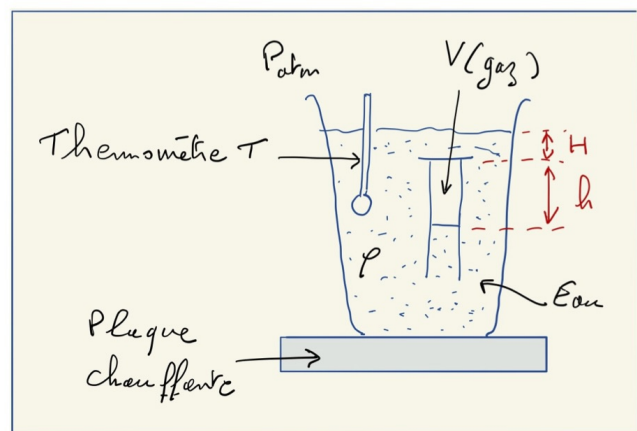
### Partie I

Une expérience vue en cours pour estimer la valeur de la température de zéro absolu en degrés Celsius utilise la loi de Charles qui énonce que pour un gaz parfait les variations de pression sont proportionnelles aux variations de température à volume constant.

1a Rappel le principe de l'expérience.



L'expérience nécessite un manomètre pour mesurer la pression. Dans la méthode décrite ici on économise l'usage du manomètre qui est un instrument cher. L'expérience utilise une éprouvette graduée qui est immergée puis retournée, ouverture vers le bas, dans de l'eau à la température variable,  $T$ .  $n$  moles d'air sec sont introduites dans l'éprouvette avec une seringue et les graduations permettent d'en mesurer le volume,  $V$ . On fait varier la température de l'eau entre 20 et 80 °C et on trace la température,  $T$  en fonction du volume,  $V$ .



①

- 1b Dans un premier temps, on néglige la pression de vapeur saturante de l'eau. Écrire la relation entre  $P_{\text{tot}}$  ou  $P_{\text{air}}$ ,  $T$ ,  $V$  et les données du problème.

$$T = \frac{P_{\text{air}}}{nR} V$$

Donc:  $P_{\text{tot}} = P_{\text{air}}$  l'air se comporte comme un gaz parfait  
 $P_{\text{air}} V = nRT$

①

- 1c Lors de la mesure, le volume  $V$  change. En effectuant un calcul d'ordre de grandeur montrer que  $P_{\text{tot}} \approx P_{\text{atm}}$ .

Les variations de hauteur sont de quelques cm, comparé à la hauteur d'eau de 10m pour cette atmosphère  
 $\Delta P = \rho g h \Rightarrow h = 10\text{m}$   
 $\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta h}{h} = \frac{10^{-1}}{10} = 10^{-2}$

①

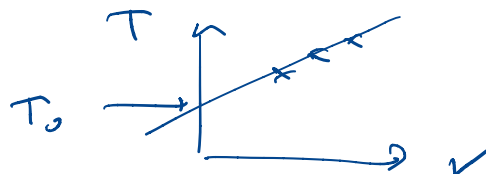
- 1d Par quelle procédure expérimentale simple pourrait on assurer  $P_{\text{tot}}$  constante lors de toute la mesure ?

En déplaçant l'éprouvette verticalement de sorte que le ménisque soit toujours à la même position

①

- 1e Montrer que la courbe  $T$  en degrés Celsius en fonction de  $V$  permet d'estimer graphiquement la valeur du zéro absolu en degrés Celsius.

$$T = \frac{P_{\text{air}}}{nR} V \quad P_{\text{air}} = P_{\text{tot}} \approx P_{\text{atm}} \text{ constant}$$





- 1f On tient compte maintenant de la pression de vapeur saturante de l'eau  $P_{\text{sat}}$  qui dépend de la température  $P_{\text{sat}}(T)$ . Écrire la relation entre  $P_{\text{tot}}$ ,  $P_{\text{air}}$  et  $P_{\text{sat}}$ .

$$P_{\text{tot}} = P_{\text{air}} + P_{\text{sat}}$$

Loi de Dalton, les pressions partielles s'additionnent

- 1g En déduire que la loi de variation de  $T$  en fonction du volume  $V$  a une forme

$$T = \frac{P_{\text{tot}}}{nR} V^*$$

avec  $V^*$  le volume  $V$  corrigé d'un facteur dépendant de  $P_{\text{tot}}$  et  $P_{\text{sat}}$ . Exprimer  $V^*$  en fonction de  $V$ ,  $P_{\text{tot}}$  et  $P_{\text{sat}}$ .

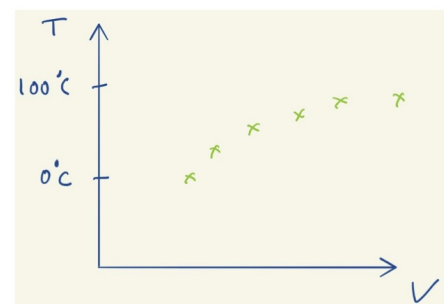
$$V^* = \left(1 - \frac{P_{\text{sat}}}{P_{\text{atm}}}\right) V$$

$P_{\text{air}} = P_{\text{tot}} - P_{\text{sat}}$  d'air ne compte comme un gaz parfait

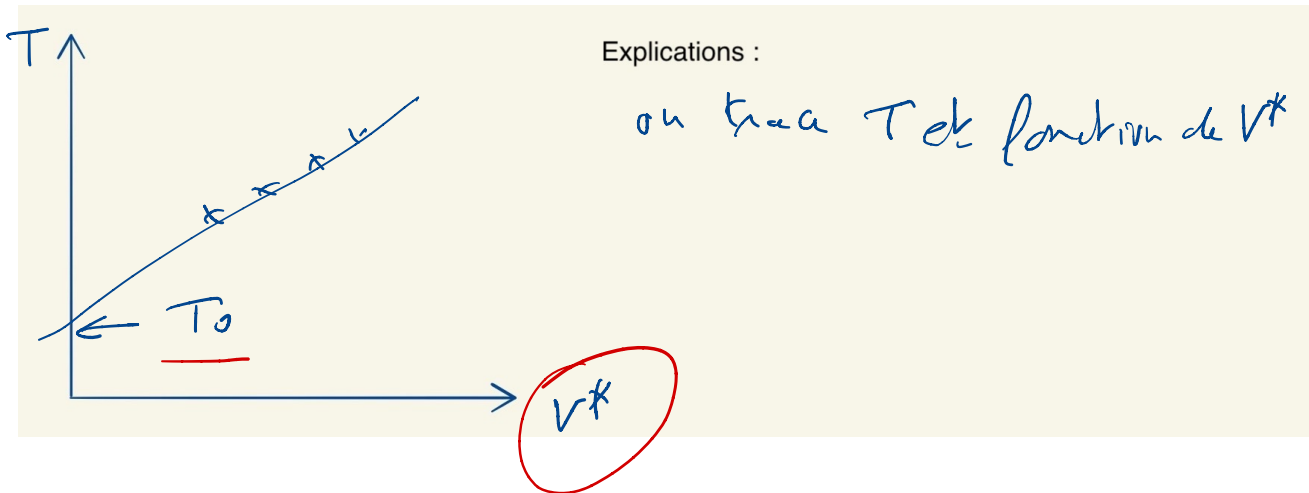
$$\underline{P_{\text{air}} V = nRT}$$

$$T = \frac{V}{nR} (P_{\text{tot}} - P_{\text{sat}}) = \frac{P_{\text{atm}}}{nR} \overbrace{V \left(1 - \frac{P_{\text{sat}}}{P_{\text{atm}}}\right)}^{= V^*}$$

Les données brutes  $T(V)$  ont typiquement cet aspect qui ne permettent pas d'extrapoler graphiquement la valeur du zéro absolu.



- ① 1h Pour autant que la loi  $P_{\text{sat}}(T)$  soit connue, expliquer comment les données expérimentales  $T(V)$  avec  $T$  en degrés Celsius permettent d'estimer graphiquement la valeur du zéro absolu.



## Partie II

Le but de cette partie est d'estimer le facteur  $P_{\text{sat}}/P_{\text{atm}}$ . On rappelle la relation de Clapeyron qui relie la chaleur latente molaire d'évaporation,  $L$  à la température  $T$ ,  $P_{\text{sat}}$  et le volume molaire des phases gazeuses et liquides,  $v_g$  et  $v_l$ .

$$L = T(v_g - v_l) \frac{dP_{\text{sat}}}{dT}$$

- ② 1i Les échanges d'énergie lors du changement d'état de vaporisation sont mesurés à pression constante. Quelle affirmation est correcte et justifiez votre réponse.

- 1 ☒  $L = \Delta H_{\text{mol}}$  variation molaire d'enthalpie
- ☐  $L = \Delta U_{\text{mol}}$  variation molaire d'énergie interne
- ☐  $L = T\Delta S_{\text{mol}}$  variation molaire d'entropie

1 a pression constante  $Q = \Delta H$

$$H = U + pV \quad dH = \delta Q + \underbrace{Vdp}_{=0}$$

- 1j En supposant que  $v_g \gg v_l$  et que l'eau sous forme vapeur se comporte comme un gaz parfait, en déduire l'expression de  $\frac{dP_{\text{sat}}}{dT}$  en fonction de  $P_{\text{sat}}(T)$ ,  $R$ ,  $T$  et  $L$ .

$$\frac{dP_{\text{sat}}}{dT} = L \frac{P_{\text{sat}}}{RT^2}$$

$$L = T(v_g - v_l) \frac{dP_{\text{sat}}}{dT} \approx T v_g \frac{dP_{\text{sat}}}{dT}$$

gaz parfait  $P_{\text{sat}} V_g = nRT$  donc  $P_{\text{sat}} v_g = RT$   $\left(\frac{V_g}{n} = v_g\right)$

$$\text{donc } L = \frac{RT^2}{P_{\text{sat}}} \frac{dP_{\text{sat}}}{dT}$$

$$\Rightarrow \frac{dP_{\text{sat}}}{dT} = L \frac{P_{\text{sat}}}{RT^2}$$

- 1k En faisant l'approximation que  $L$  est indépendant de la température, en déduire que  $P_{\text{sat}}/P_{\text{atm}}$  peut se mettre sous la forme :

$$\ln\left(\frac{P_{\text{sat}}}{P_{\text{atm}}}\right) = A\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T}\right)$$

Explicitez  $A$  et  $T_1$ .

$$A = \frac{L}{R}$$

$$T_1 = \underline{373 \text{ K}} \quad (100^\circ \text{C en K})$$

$$\frac{dP_{\text{sat}}}{P_{\text{sat}}} = \frac{L}{R} \frac{dT}{T^2} \quad \text{on } \int_{P_{\text{atm}}}^{P_{\text{sat}}}$$

$$\left[ \ln P \right]_{P_{\text{atm}}}^{P_{\text{sat}}} = \frac{L}{R} \left[ -\frac{1}{T} \right]_{T_{\text{ebullition}}}^T$$

$$\ln \frac{P_{\text{sat}}}{P_{\text{atm}}} = \frac{L}{R} \left( \frac{1}{T_{\text{eb}}} - \frac{1}{T} \right) \quad T_{\text{eb à 1 atm}} = 100^\circ \text{C} (373 \text{ K})$$

[illegible]

## Exercice 2 : Transformations réversibles avec un gaz idéal (17 pts)

Notations de l'énoncé (liste non exhaustive) :

$P$	Pression	$V$	Volume du gaz
$T$	Température	$n$	Nombre de moles d'air
$R$	Constante des gaz parfait	$C_p$	Capacité calorifique à pression constante
$\gamma$	Coefficient adiabatique	$C_v$	Capacité calorifique à volume constante
$f$	nombre de degrés de libertés actifs en fonction de $T$		

Dans ce problème on se propose d'étudier des transformations et des cycles réversibles pour un gaz parfait dont le nombre de degrés de liberté actifs des molécules varie avec la température. Ce type de gaz parfait porte le nom de gaz idéal. On considère le cas d'un gaz parfait diatomique qui effectue des transformations entre une température froide,  $T_f$  et une température chaude,  $T_c$ .

Note : les questions sont largement indépendantes les unes des autres et sauf pour la question 2d nécessitent très peu de calcul.

- ① 2a À  $T_f$  le gaz se comporte comme un gaz parfait diatomique rigide exprimer la capacité calorifique à volume constant du gaz en fonction  $n$  et  $R$ . Justifiez votre réponse.

$$C_v(T_f) = \frac{5}{2} nR$$

théorie cinétique du gaz parfait

$$C_v = \frac{f}{2} nR$$

diatomique rigide

3 translation + 2 rotation = 5

- ① 2b À  $T_c$  les degrés de liberté de vibrations des molécules sont devenus actifs, exprimer la capacité calorifique à volume constant du gaz en fonction  $n$  et  $R$ . Justifiez votre réponse.

$$C_v(T_c) = \frac{7}{2} nR$$

il faut ajouter deux degrés de liberté de vibration  $E_c$  et  $E_p$  à cette dimension

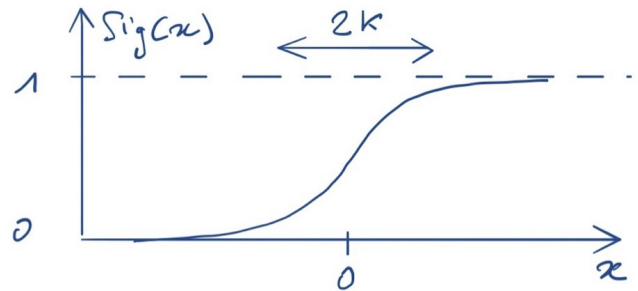
On considère que le nombre de degrés de liberté actifs suit la loi :

$$f(T) = A + \frac{B}{1 + e^{-\frac{(T-T_0)}{K}}}$$

avec  $T_0$  la température d'activation des degrés de liberté de vibrations,  $T_f < T_0 < T_c$ , et  $K$  l'intervalle de température sur lequel s'effectue cette transition,  $K \ll T_f, T_0, T_c$  et  $(T_c - T_f)$ .

Pour information un graphe de la fonction

$$\text{sig}(x) = \frac{1}{(1 + e^{-x/K})}$$
 est indiqué :



①

2c Donner les valeurs de  $A$  et  $B$ .

0,5  $A = 5$

0,5  $B = 2$

avant  $T_0$   $f(T \ll T_0) = 5$

après  $T_0$   $f(T \gg T_0) = 7$

- 2d Calculer la quantité de chaleur,  $Q_1$ , reçue par le gaz lors d'une évolution isochore (à volume constant) entre  $T_f$  et  $T_c$ . On donne :

$$\int \frac{1}{1+e^{-x}} dx = \ln(1 + e^x)$$

$$Q_1 = \frac{5}{2} nR (T_c - T_f) + nRK \ln \frac{1 + e^{(T_c - T_0)/K}}{1 + e^{(T_f - T_0)/K}}$$

$$Q_1 = \int_{T_f}^{T_c} C_v(T) dT = \int_{T_f}^{T_c} \left( \frac{5}{2} + \frac{2}{1 + e^{-\left(\frac{T-T_0}{K}\right)}} \right) nR dT$$

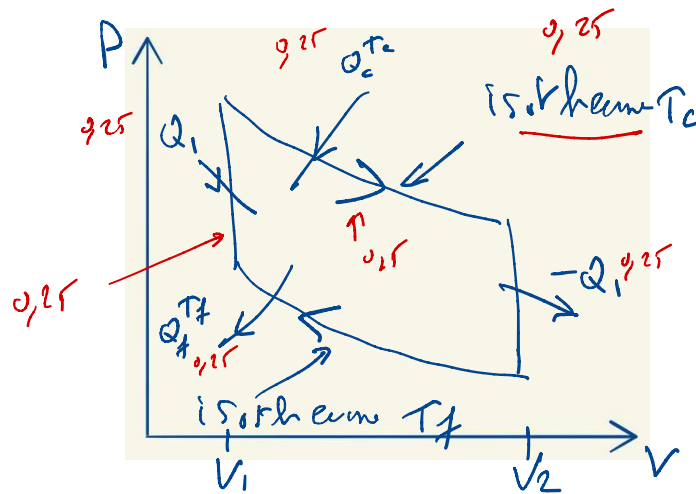
$$= \frac{5}{2} nR (T_c - T_f) + nR \int_{T_f}^{T_c} \frac{1}{1 + e^{-\left(\frac{T-T_0}{K}\right)}} dT$$

on fait un changement de variable  $u = \frac{T-T_0}{K}$

$$\int_{T_f}^{T_c} \frac{1}{1 + e^{-\left(\frac{T-T_0}{K}\right)}} dT = \int_{\frac{T_f-T_0}{K}}^{\frac{T_c-T_0}{K}} \frac{K du}{1 + e^{-u}} \quad da = \frac{dT}{K}$$

$$= K \left[ \ln(1 + e^u) \right]_{\frac{T_f-T_0}{K}}^{\frac{T_c-T_0}{K}}$$

- 2e On considère un cycle de Stirling moteur effectué avec ce gaz entre  $T_f$  et  $T_c$ . Représenter le cycle sur un diagramme de Clapeyron  $P(V)$ , en précisant le sens du parcours et le signe des échanges de chaleur. On notera  $V_1$  le volume minimum et  $V_2$  le volume maximum.



Il n'y a pas de changement d'aspect avec un cycle de Stirling usuel

- 2f Calculer l'efficacité de ce cycle avec et sans régénérateur et les comparer à l'efficacité maximum possible,  $\eta_{\max}$ .

$$\eta_{\text{sans régénérateur}} = \frac{nR(T_c - T_f)C_h \frac{V_2}{V_1}}{Q_1 + nRT_c C_h \frac{V_2}{V_1}}$$

$$\eta_{\text{avec régénérateur}} = \frac{nR(T_c - T_f)C_h \frac{V_2}{V_1}}{Q_1 + nRT_c C_h \frac{V_2}{V_1}}$$

$$\eta_{\max} = \frac{T_c - T_f}{T_f}$$

$$\eta = \frac{-W}{Q_1 + Q_c^{T_c}}$$

et avec régénérateur  $\eta = \frac{-W}{Q_c^{T_c}}$

$$Q_c^{T_c} = \int_{V_1}^{V_2} -\delta W \quad (\text{isotherme de Clapeyron}) = \int_{V_1}^{V_2} p dV = nRT_c C_h \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_f^{T_f} = -nRT_f C_h \frac{V_2}{V_1}$$

$$-W = Q_1 + Q_c^{T_c} + Q_f^{T_f} - Q = nR(T_c - T_f)C_h \frac{V_2}{V_1}$$



2g On s'intéresse maintenant à des transformations adiabatiques réversibles effectuées avec ce même gaz entre  $T_f$  et  $T_c$ . La loi de Laplace  $PV^\gamma = \text{Cst}$  s'applique-t-elle ? Justifiez votre réponse.

☐ Oui

☒ Non

$\gamma$  n'est pas constant

2h Exprimer le coefficient adiabatique,  $\gamma$ , pour ce gaz en fonction de  $T$ ,  $T_0$  et  $K$ .

$$\gamma = \frac{9 + 7e^{-\frac{T-T_0}{K}}}{7 + 5e^{-\frac{T-T_0}{K}}}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{4+2}{4} = \frac{9 + 7e^{-\frac{T-T_0}{K}}}{7 + 5e^{-\frac{T-T_0}{K}}}$$

2i Écrire l'équation différentielle reliant  $dP$ ,  $P$ ,  $V$ ,  $dV$  et  $\gamma$  pour cette transformation adiabatique.

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V}$$

(Rq : c'était une question de cours !)

ce diélectrique  $\epsilon_0 = 0$  + gaz parfait + loi de Joule + pression

$$dH = C_p dT = V dp$$

$$dU = C_v dT = -p dV$$

$$\Rightarrow \frac{C_p}{C_v} = \gamma = - \frac{V dp}{p dV}$$

- 2j Ré-écrire cette équation différentielle entre  $dP, P, T, dT$  et  $\gamma$  puis entre  $dP, P, T, dT, T_0$  et  $K$ . Ne pas essayer de la résoudre !

$$1 \quad \frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T}$$

en fonction de  $T, dT$  et  $\gamma$

$$1 \quad \frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{2} \left( 7 + \frac{2}{1 + e^{-\frac{T-T_0}{K}}} \right) \frac{dT}{T}$$

en fonction de  $T, dT, T_0$  et  $K$

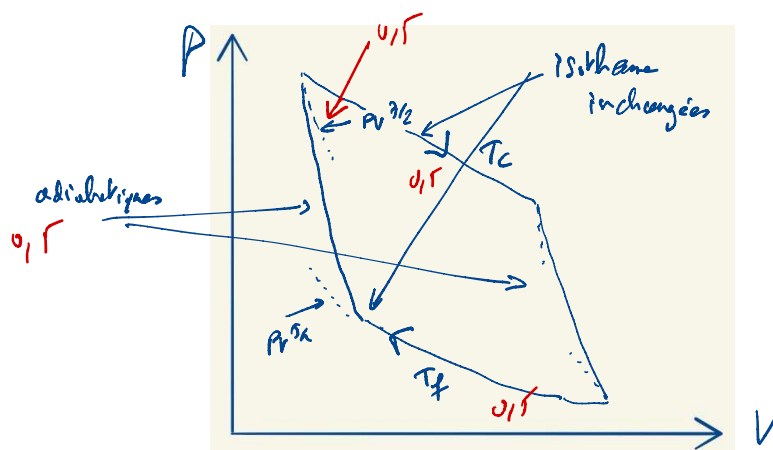
de  $PV = nRT$  on en déduit  $\frac{dP}{P} + \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$

et donc  $\frac{dP}{P} = -\gamma \left( \frac{dT}{T} - \frac{dP}{P} \right)$

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T}$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} = \frac{C_p}{C_p - C_v} = \frac{C_p}{C_p - C_v} = \frac{C_p}{nR} = \frac{nR}{2} \left( 7 + \frac{2}{1 + e^{-\frac{T-T_0}{K}}} \right)$$

- 2k On effectue un cycle de Carnot avec ce gaz (sens moteur) entre  $T_f$  et  $T_c$ . Dessiner le cycle sur diagramme  $P(V)$  en indiquant les différences et les similarités avec le cas vu en cours où  $C_v$  et  $C_p$  sont constants.



21 Calculez l'efficacité de ce cycle.

①  $\eta = \frac{T_c - T_f}{T_c}$

Pas besoin de faire le calcul c'est forcé

$$\eta_{\max} = \frac{T_c - T_f}{T_c}$$

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$$

$$Q_c + Q_f + W = 0$$

$$\eta = -\frac{W}{Q_c} = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c}$$

Case supplémentaire. N'utiliser qu'en cas d'absolue nécessité



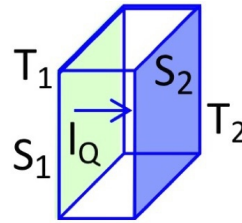
### Exercice 3 : Bilan thermique et chauffage solaire d'une piscine (18 pts + 3 pts bonus)

Notations de l'énoncé (liste non exhaustive) :

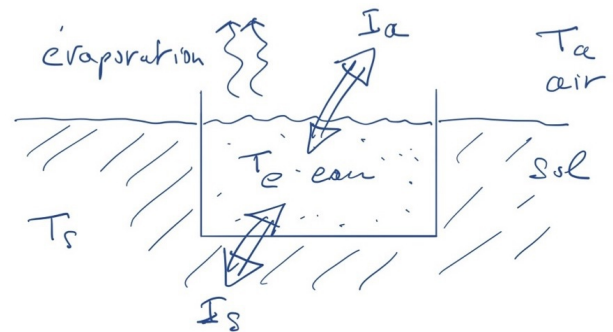
$T_e$	Température de l'eau	$\rho$	Masse volumique de l'eau, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
$T_a$	Température de l'air	$h$	Profondeur de la piscine $h = 2 \text{ m}$
$T_s$	Température du sol	$G_s$	Conductance thermique entre la piscine et le sol
$S$	Surface de la piscine $S = 50 \text{ m}^2$	$G_a$	Conductance thermique entre la piscine et l'air
$C_m$	Capacité calorifique massique de l'eau, $C_m = 4000 \text{ J/kg/K}$		
$E_s$	Énergie du rayonnement solaire reçue au sol par unité de temps et de surface, $E_s = 1 \text{ kW/m}^2$		
$L_m$	Chaleur latente massique d'évaporation de l'eau, $L_m = 2000 \text{ kJ/kg}$		

On rappelle la relation entre la différence de température, la conductance thermique  $G$  et le transfert de chaleur par unité de temps,  $I_Q$  entre deux surfaces à la température  $T_1$  et  $T_2$ , en régime stationnaire.

$$(1) \quad I_{Q, S_1 \rightarrow S_2} = G(T_1 - T_2)$$



On s'intéresse au bilan thermique pour le chauffage solaire d'une piscine, dont les dimensions et les caractéristiques sont données en introduction. L'eau de la piscine est brassée, sa température  $T_e$  est homogène. Il n'y a donc pas de transfert de chaleur par convection mais uniquement par conduction thermique de l'eau avec le sol et avec l'air.



Dans cette partie on ne prend pas en compte l'énergie apportée par le rayonnement solaire

①

- 3a On considère les échanges de chaleur en régime stationnaire. Donner les quantités de chaleur reçues par l'eau par unité de temps depuis le sol,  $I_s$ , et depuis l'air,  $I_a$ , en fonction de  $G_a$ ,  $G_s$ ,  $T_a$ ,  $T_s$  et  $T_e$  (faire attention aux signes).

$$I_s = G_s (T_s - T_e)$$

$$I_a = G_a (T_a - T_e)$$

par application directe de la relation (1)

①

- 3b En faisant un bilan des échanges de chaleur dans l'eau en déduire la température de l'eau,  $T_e$ .

$$T_e = \frac{G_s T_s + G_a T_a}{G_s + G_a}$$

à l'équilibre  $I_s + I_a = 0$

$$\Rightarrow (G_s + G_a) T_e = G_s T_s + G_a T_a$$

① 3c On tient compte maintenant de l'évaporation de l'eau. On constate qu'il s'évapore en moyenne  $d = 0,5$  cm d'eau en 24 heures. Ce chiffre dépend-t-il de : (expliquez vos réponses, plusieurs réponses sont possibles)

- ☐ La surface de la piscine - 0,25
- ☐ Le volume de la piscine - 0,25
- ☒ L'humidité de l'air + 0,25
- ☒ La présence de vent + 0,25

- Si l'air est saturé, il n'y a pas d'évaporation  
l'évaporation  $\nearrow$  quand l'humidité  $\downarrow$

- Le vent renouvelle l'air  $\propto$  la surface de l'eau et évacue l'eau qui vient de s'évaporer

- Le volume s'impose  $\propto S$  donc la hauteur  $= \frac{Vol}{S}$  indépendante de  $S$

2/3

① 3d Évaluez la masse d'eau,  $m$ , qui s'est évaporée en 24 heures et l'énergie,  $E$ , qui a été nécessaire pour cette évaporation.

0,25  $m = \rho S d$

0,25  $E = \rho m \varphi S d$

Application numérique,  $m = 250 \text{ kg}$   $E = 5 \cdot 10^5 \text{ J}$

$$m = 10^3 \cdot 50 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 250 \text{ kg}$$

$$E = 250 \times 2000 = 5 \cdot 10^5 \text{ J}$$

- 3e Soit  $I_m$ , la masse d'eau qui s'évapore par unité de temps. En faisant un bilan des échanges de chaleur reçus par l'eau en déduire la température de l'eau,  $T_e$  en fonction de  $G_a$ ,  $G_s$ ,  $T_a$ ,  $T_s$ ,  $I_m$  et  $L_m$  (faire attention aux signes). On suppose que toute la chaleur nécessaire à l'évaporation est fournie par l'eau et on néglige la variation du volume total d'eau.

$$T_e = \frac{G_s T_s + T_a h_a}{G_s + h_a} - \frac{C_m I_m}{G_s + h_a}$$

l'équation de bilan s'écrit maintenant

$$G_s (T_s - T_e) + h_a (T_a - T_e) - I_m L_m = 0$$

$$\Rightarrow T_e = \frac{G_s T_s + T_a h_a}{G_s + h_a} - \frac{C_m I_m}{G_s + h_a}$$

ce terme est  $< 0$  ça peut attendre

Dans cette partie on prend en compte l'énergie apportée par le rayonnement solaire

- 3f Quelle est la quantité de chaleur nécessaire,  $Q_1$ , pour augmenter la température de l'eau de la piscine de  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ , si la piscine est isolée thermiquement.

$$Q_1 = \rho \delta h C \Delta T$$

$$\text{Application numérique, } Q_1 = 4 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$Q_1 = \underbrace{\rho \delta h}_{\text{Vaporisé}} C \Delta T$$

$$Q_1 = 10^3 \cdot 50 \times 2 \times 4000 \cdot 1 = 4 \cdot 10^8 \text{ J}$$



- 3g Si cette énergie est apportée par le rayonnement solaire et  $\epsilon = 10\%$  de cette énergie est absorbée par l'eau, quel est le temps,  $t$ , nécessaire ? Commentez le résultat numérique.

0,25  $t = \frac{Q_1}{\epsilon E_s S}$

Application numérique,  $t = 80\,000\text{ s} \approx 22\text{ heures}$  0,25

$$Q_1 = \epsilon E_s S t$$

$$t = \frac{Q_1}{\epsilon E_s S}$$

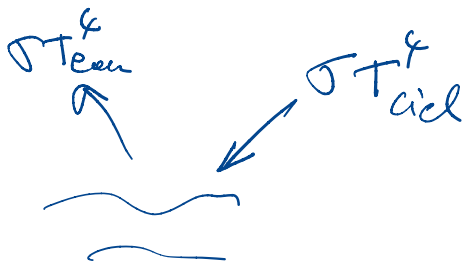
$$t = \frac{4 \cdot 10^8}{0,1 \cdot 10^3 \cdot 50} = \frac{4}{5} \cdot 10^5 = 80\,000\text{ s} \quad (\text{soit } 22\,400\text{ s})$$

1/2  $\left( \begin{array}{l} - 22\text{ heures si } \epsilon = 100\% \\ \rightarrow \text{C'est long, il faudrait prendre en compte l'atténuation par l'air} \end{array} \right.$

- 3h On prend en compte les pertes thermiques par conduction et l'évaporation (on néglige la variation du volume total d'eau). Quels sont les modes de transfert de la chaleur qui n'ont pas été considérés dans ce problème ?

0,5 La convection mais comme on chauffe par dessous, à priori il y a un peu

0,5 rayonnement de la chaleur  $\sigma T_{\text{eau}}^4$   $\sigma T_{\text{ciel}}^4$



① 3i Quelle est la température de l'eau, en fonction de  $G_a$ ,  $G_s$ ,  $T_a$ ,  $T_s$ ,  $L_m$ ,  $I_m$ ,  $E_s$ ,  $\epsilon$  et  $S$

$$T_e = \frac{G_s T_s + G_a T_a}{G_s + G_a} \ominus \frac{I_m L_m}{G_s + G_a} \oplus \frac{\epsilon E_s S}{G_s + G_a}$$

même calcul que précédemment avec  
+  $\epsilon E_s S$  en plus dans le bilan thermique

② 3j Lorsque la piscine n'est pas utilisée, on recouvre la surface de l'eau par une bâche noire. Donner plusieurs avantages de procéder ainsi :

- $\epsilon = 100\%$  2/3
- pas de refroidissement par évaporation
- $G_a \downarrow$  (intéressant uniquement si  $T_a < T_e$ )

Dans cette partie on cherche à mesurer  $G_s$  et  $G_a$

- 3k On couvre la surface de l'eau par une bâche réfléchissante et isolante de sorte que le chauffage solaire, l'évaporation, et les pertes de conduction avec l'air sont éliminées. On suppose que la loi (1) donnant l'intensité du transfert de chaleur reste valable même quand le régime n'est plus stationnaire. L'eau est initialement à la température  $T_0$ , Montrer que l'équation différentielle donnant l'évolution de la température en fonction du temps,  $t$ ,  $G_s$ ,  $C_m$  et la masse totale d'eau  $M$  peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dT}{T-T_s} = A dt$$

Exprimer  $A$ .

$$A = - \frac{G_s}{\rho C}$$

$$I_s = G_s (T_s - T) = \rho C \frac{dT}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T-T_s} = - \frac{G_s}{\rho C} dt$$

- 3l La résoudre et montrer que  $T(t) = T_s + (T_0 - T_s)e^{-\frac{G_s}{MC_m}t}$

$$\int_{T_0}^{T(t)} \frac{dT}{T-T_s} = \int_0^t - \frac{G_s}{\rho C} dt$$

$$\ln \frac{T(t) - T_s}{T_0 - T_s} = - \frac{G_s}{\rho C} t \Rightarrow T(t) = T_s + (T_0 - T_s)e^{-\frac{G_s}{\rho C} t}$$

② 3m Montrer que, en mesurant la variation de la température  $dT/dt$  de l'eau au début de l'expérience on peut en déduire  $G_s$  en fonction de  $T'_1 = dT/dt$  à  $t = 0$ ,  $M$ ,  $(T_0 - T_s)$  et  $C_m$ .

$$G_s = -T'_1 \frac{\rho C}{T_0 - T_s}$$

(Note on peut le faire aussi avec en DL à  $t=0$ )

$$\left(\frac{dT}{dt}\right)_{t=0} = T'_1 = A(T_0 - T_s) = -\frac{G_s}{\rho C}(T_0 - T_s)$$

$$\Rightarrow G_s = -\frac{T'_1 \rho C}{T_0 - T_s}$$

① 3n On retire la bâche et on fait la même expérience la nuit lorsque l'humidité de l'air est 100 %. Peut-on négliger l'évaporation de l'eau lorsque l'on écrit le bilan thermique ? Justifiez votre réponse.

☒ Oui

☐ Non

humidité 100%  $\Rightarrow P_{H_2O} = P_{sat}$ , pas d'évaporation

①

30 Questions bonus : Écrire l'équation différentielle donnant l'évolution de  $T(t)$  dans le cas de la question précédente.

$$\frac{dT}{T-B} = C dt$$

$$B = \frac{h_s T_s + h_a T_a}{h_s + h_a}$$

$$C = - \frac{h_s + h_a}{\rho C}$$

$$h_s (T_s - T) + h_a (T_a - T) = \rho C \frac{dT}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T - \frac{h_s T_s + h_a T_a}{h_s + h_a}} = - \frac{h_s + h_a}{\rho C} dt$$

c'est le résultat de la Q3b, normal

①

3p Question bonus, suite : Résoudre l'équation différentielle obtenue à la question précédente.

$$T(t) = B + (T_0 - B) e^{-\frac{h_s + h_a}{\rho C} t}$$

même calcul que précédemment

3q Question bonus, fin : En déduire  $G_a$  en fonction de  $M$ ,  $C_m$ ,  $T_1'$ ,  $T_a$ ,  $T_0$  et de la variations de la température de l'eau sans la bache au début de l'expérience  $T_2' = dT/dt$  à  $t = 0$ .

$$G_a = \frac{NC}{T_a - T_0} \frac{T_2' - T_1'}{T_a - T_0}$$

$$T_2' = - (T_0 - T_1') \frac{G_a + G_s}{NC} = - \frac{G_s G_a}{NC} \left( T_0 - \frac{G_s T_s + G_a T_a}{G_s + G_a} \right)$$

$$G_s = - T_1' \frac{NC}{T_0 - T_s}$$

$$T_2' = - \frac{G_s G_a}{NC} T_0 + \frac{1}{NC} (G_s T_s + G_a T_a)$$

$$= - \frac{T_0}{NC} \left( G_a - T_1' \frac{G_s}{T_0 - T_s} \right) + \frac{1}{NC} \left( G_s T_s + G_a T_a - T_1' NC \frac{T_s}{T_0 - T_s} \right)$$

$$T_2' - T_1' \frac{T_0}{T_0 - T_s} + T_1' \frac{T_s}{T_0 - T_s} = \frac{G_a}{NC} (T_a - T_0)$$

$$T_2' - T_1' = \frac{G_a}{NC} (T_a - T_0) \Rightarrow G_a = NC \frac{T_2' - T_1'}{T_a - T_0}$$

N'utiliser qu'en cas d'absolue nécessité

[illegible]

[illegible]