

Thermo SIE GC

Examen 2020 SIE et GC

7 August 2020 08:15 - 11:15



113. FAKE-10

sciper : 990010

8	8	2	0	1	1	3
1	1	1	1	X	X	1
2	2	X	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	X
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
X	X	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9
0	0	0	X	0	0	0

Ne pas ouvrir avant le début de l'épreuve

Mode d'emploi :

- Vérifier que votre nom et numéro sciper sont corrects
- Le cahier ne doit pas être dégraffé, les pages ne doivent pas être séparées. Les brouillons ne seront pas ramassés. Seul le cahier est ramassé et corrigé
- **Ne pas ajouter de feuilles sur papier libre. Elles ne seront pas scannées et donc pas corrigées**
- Des cadres libres ont été ajoutés à la fin des exercices et du feuillet, en cas de nécessité

Procédures spéciales covid :

- Port du masque obligatoire lors de tout déplacement dans la salle
- Le ramassage des copies se fait uniquement à la table, même pour les départs anticipés
- Il est strictement interdit d'ouvrir le cahier de l'énoncé avant le début de l'examen
- Il est strictement interdit d'écrire sur le cahier de l'examen après la fin de l'examen
- Tout manquement à ces règles entraînera une exclusion de l'examen

Dans tous les problèmes, sauf indication contraire, les résultats sont à exprimer en fonction des données fournies et des constantes physiques connues. Chaque réponse doit être justifiée dans le cadre prévu à cet effet.

L'examen comporte 26 pages avec 3 exercices, numérotés de 1 à 3.

Le nombre de points maximum pour cet examen est de 50 points.

L'exercice 3 comprend des questions bonus pouvant rapporter 3 points supplémentaires

Seul document autorisé: une page A4 recto/verso. Pas de calculatrice. Pas de téléphone.

Beaucoup des questions sont conceptuelles ou bien nécessitent très peu de calculs et sont indépendantes les unes des autres. On pourra admettre la solution d'une question donnée dans l'énoncé pour résoudre les questions suivantes.



This page is left blank intentionally

Exercice 1 : Autre méthode de mesure de la température du zéro absolu (15 pts)

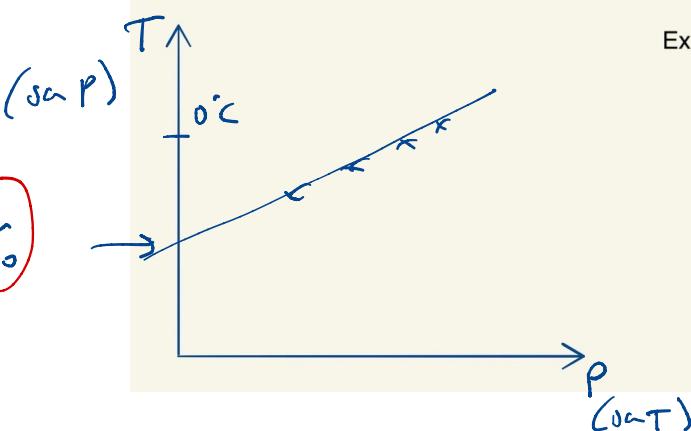
Notations de l'énoncé (liste non exhaustive) :

P_{tot}	Pression du gaz dans l'éprouvette	P_{air}	Pression partielle de l'air dans l'éprouvette
P_{atm}	Pression atmosphérique (10^5 Pa)	P_{sat}	Pression de vapeur saturante de l'eau
T	Température de l'eau	V	Volume du gaz emprisonné dans l'éprouvette
h	Hauteur de la colonne d'air dans l'éprouvette	R	Constante des gaz parfait
ρ	Masse volumique de l'eau (10^3 kg.m^{-3})	g	Accélération de la pesanteur (10 m.s^{-2})
n	Nombre de moles d'air dans l'éprouvette		
H	Distance entre le haut de l'éprouvette et la surface de l'eau		

Partie I

Une expérience vue en cours pour estimer la valeur de la température de zéro absolu en degrés Celsius utilise la loi de Charles qui énonce que pour un gaz parfait les variations de pression sont proportionnelles aux variations de température à volume constant.

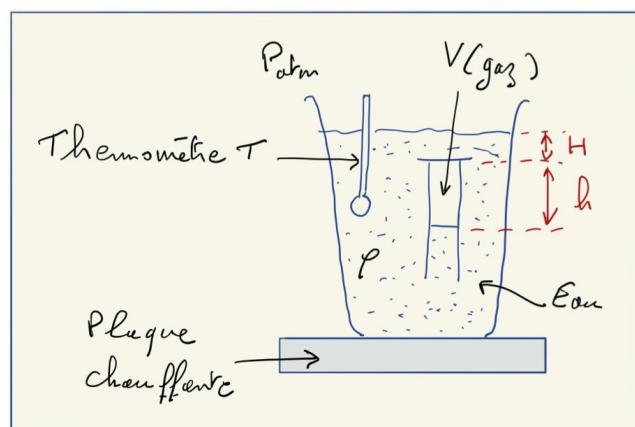
1a Rappeler le principe de l'expérience.



Explications :

A Volume constant pour un ΔP $\Delta P \propto \Delta T$
le but est de trouver T
pour avoir $P \propto T$

L'expérience nécessite un manomètre pour mesurer la pression. Dans la méthode décrite ici on économise l'usage du manomètre qui est un instrument cher. L'expérience utilise une éprouvette graduée qui est immergée puis retournée, ouverture vers le bas, dans de l'eau à la température variable, T . n moles d'air sec sont introduites dans l'éprouvette avec une seringue et les graduations permettent d'en mesurer le volume, V . On fait varier la température de l'eau entre 20 et 80 °C et on trace la température, T en fonction du volume, V .



1

- 1b Dans un premier temps, on néglige la pression de vapeur saturante de l'eau. Écrire la relation entre P_{tot} ou P_{air} , T , V et les données du problème.

$$T = \frac{P_{\text{air}}}{nR} \times V$$

Ici: $P_{\text{tot}} = P_{\text{air}}$ l'eau se comporte comme un gaz parfait
 $P_{\text{air}}V = nRT$

1

- 1c Lors de la mesure, le volume V change. En effectuant un calcul d'ordre de grandeur montrer que $P_{\text{tot}} \approx P_{\text{atm}}$.

Les variations de hauteur sont de quelques cm, comparé à la hauteur d'eau de 10m pour cette atmosphère

$$\Delta P = \rho g h \Rightarrow h = 10 \text{ m}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta h}{h} = \frac{10^{-1}}{10} = 10^{-2}$$

1

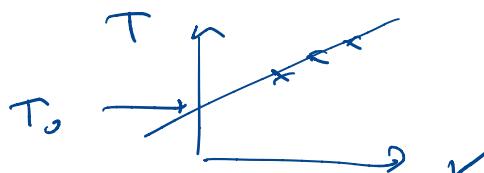
- 1d Par quelle procédure expérimentale simple pourrait on assurer P_{tot} constante lors de toute la mesure ?

En déplaçant l'éprouvette verticalement de sorte que le manomètre soit toujours à la même position

1

- 1e Montrer que la courbe T en degrés Celsius en fonction de V permet d'estimer graphiquement la valeur du zéro absolu en degrés Celsius.

$$T = \frac{P_{\text{air}}}{nR} V \quad P_{\text{air}} = P_{\text{tot}} \approx P_{\text{atm}} \text{ constant}$$



- 1f On tient compte maintenant de la pression de vapeur saturante de l'eau P_{sat} qui dépend de la température $P_{\text{sat}}(T)$. Écrire la relation entre P_{tot} , P_{air} et P_{sat} .

$$P_{\text{tot}} = P_{\text{air}} + P_{\text{sat}}$$

Loi de Dalton, les pressions partielles s'additifient

- 1g En déduire que la loi de variation de T en fonction du volume V a une forme

$$T = \frac{P_{\text{tot}}}{nR} V^*$$

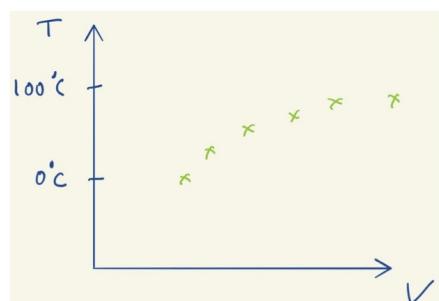
avec V^* le volume V corrigé d'un facteur dépendant de P_{tot} et P_{sat} . Exprimer V^* en fonction de V , P_{tot} et P_{sat} .

$$V^* = \left(1 - \frac{P_{\text{sat}}}{P_{\text{atm}}}\right) V$$

$P_{\text{air}} = P_{\text{tot}} - P_{\text{sat}}$ *d'air ne comprime comme un gaz parfait*

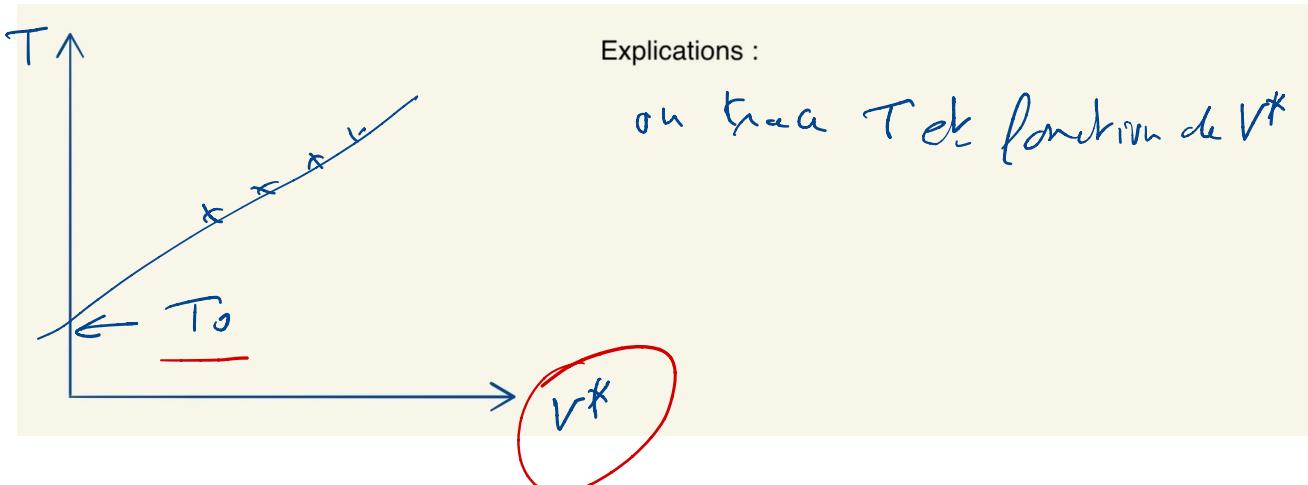
$$\underline{P_{\text{air}} V = nRT}$$

$$T = \frac{V}{nR} (P_{\text{tot}} - P_{\text{sat}}) = \frac{P_{\text{atm}}}{nR} V \left(1 - \frac{P_{\text{sat}}}{P_{\text{atm}}}\right)$$



Les données brutes $T(V)$ ont typiquement cet aspect qui ne permettent pas d'extrapoler graphiquement la valeur du zéro absolu.

- 1h Pour autant que la loi $P_{\text{sat}}(T)$ soit connue, expliquer comment les données expérimentales $T(V)$ avec T en degrés Celsius permettent d'estimer graphiquement la valeur du zéro absolu.



Partie II

Le but de cette partie est d'estimer le facteur $P_{\text{sat}}/P_{\text{atm}}$. On rappelle la relation de Clapeyron qui relie la chaleur latente molaire d'évaporation, L à la température T , P_{sat} et le volume molaire des phases gazeuses et liquides, v_g et v_l .

$$L = T(v_g - v_l) \frac{dP_{\text{sat}}}{dT}$$

- 2i Les échanges d'énergie lors du changement d'état de vaporisation sont mesurés à pression constante. Quelle affirmation est correcte et justifiez votre réponse.

- 1 $L = \Delta H_{\text{mol}}$ variation molaire d'enthalpie
- $L = \Delta U_{\text{mol}}$ variation molaire d'énergie interne
- $L = T\Delta S_{\text{mol}}$ variation molaire d'entropie

1 a) pression constante $Q = \Delta H$

$$H = U + PV \quad dH = \delta Q + \underbrace{VdP}_{=0}$$

- ② 1j En supposant que $v_g \gg v_l$ et que l'eau sous forme vapeur se comporte comme un gaz parfait, en déduire l'expression de $\frac{dP_{\text{sat}}}{dT}$ en fonction de $P_{\text{sat}}(T)$, R , T et L .

$$\frac{dP_{\text{sat}}}{dT} = L \frac{P_{\text{sat}}}{RT^2}$$

$$L = T(v_g - v_l) \frac{dP_{\text{sat}}}{dT} \underset{\text{---}}{\approx} T v_g \frac{dP_{\text{sat}}}{dT}$$

$$\text{gaz parfait } P_{\text{sat}} V_g = nRT \quad \text{donc } P_{\text{sat}} v_g = RT$$

$$\text{donc } L = \frac{RT^3}{P_{\text{sat}}} \frac{dP_{\text{sat}}}{dT}$$

$$\Rightarrow \frac{dP_{\text{sat}}}{dT} = L \frac{P_{\text{sat}}}{RT^2}$$

$$\underline{\underline{\left(\frac{V_g}{n} = v_g\right)}}$$

- 1k En faisant l'approximation que L est indépendant de la température, en déduire que $P_{\text{sat}}/P_{\text{atm}}$ peut se mettre sous la forme :

$$\ln\left(\frac{P_{\text{sat}}}{P_{\text{atm}}}\right) = A\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T}\right)$$

Explicitez A et T_1 .

$$A = \frac{L}{R}$$

$$T_1 = \underline{\underline{323 \text{ K}}} \quad (100^\circ\text{C en K})$$

$$\frac{dP_{\text{sat}}}{P_{\text{sat}}} = \frac{L}{R} \frac{dT}{T^2} \quad \text{ou } \int_{P_{\text{atm}}}^{P_{\text{sat}}} \frac{P_{\text{sat}}}{P_{\text{atm}}} dP_{\text{sat}}$$

$$\left[\ln \frac{P_{\text{sat}}}{P_{\text{atm}}}\right]_{P_{\text{atm}}}^{P_{\text{sat}}} = \frac{L}{R} \left[-\frac{1}{T}\right]_{T_{\text{ébullition}}}^T$$

$$C_h \frac{P_{\text{sat}}}{P_{\text{atm}}} = \frac{L}{R} \left(\frac{1}{T_{\text{éb}}} - \frac{1}{T}\right) \quad T_{\text{éb à 1 atm}} = 100^\circ\text{C} (373 \text{ K})$$

Case supplémentaire. N'utiliser qu'en cas d'absolue nécessité



Exercice 2 : Transformations réversibles avec un gaz idéal (17 pts)

Notations de l'énoncé (liste non exhaustive) :

P	Pression	V	Volume du gaz
T	Température	n	Nombre de moles d'air
R	Constante des gaz parfait	C_p	Capacité calorifique à pression constante
γ	Coefficient adiabatique	C_v	Capacité calorifique à volume constant
f	nombre de degrés de libertés actifs en fonction de T		

Dans ce problème on se propose d'étudier des transformations et des cycles réversibles pour un gaz parfait dont le nombre de degrés de liberté actifs des molécules varie avec la température. Ce type de gaz parfait porte le nom de gaz idéal. On considère le cas d'un gaz parfait diatomique qui effectue des transformations entre une température froide, T_f et une température chaude, T_c .

Note : les questions sont largement indépendantes les unes des autres et sauf pour la question 2d nécessitent très peu de calcul.

- 1 2a À T_f le gaz se comporte comme un gaz parfait diatomique rigide exprimer la capacité calorifique à volume constant du gaz en fonction n et R . Justifiez votre réponse.

$$C_v(T_f) = \frac{5}{2} n R$$

Réponse corrigée du gaz parfait

$$C_v = \frac{5}{2} n R$$

diatomique rigide
3 translation + 2 rotation = 5

- 1 2b À T_c les degrés de liberté de vibrations des molécules sont devenus actifs, exprimer la capacité calorifique à volume constant du gaz en fonction n et R . Justifiez votre réponse.

$$C_v(T_c) = \frac{7}{2} n R$$

Il faut ajouter deux degrés de liberté de vibration E_c et E_p à une dimension

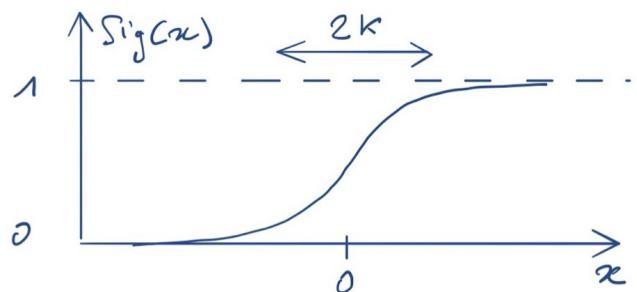
On considère que le nombre de degrés de libertés actifs suit la loi :

$$f(T) = A + \frac{B}{1 + e^{\frac{(T-T_0)}{K}}}$$

avec T_0 la température d'activation des degrés de liberté de vibrations, $T_f < T_0 < T_c$, et K l'intervalle de température sur lequel s'effectue cette transition, $K \ll T_f, T_0, T_c$ et $(T_c - T_f)$.

Pour information un graphe de la fonction

$$sig(x) = \frac{1}{(1 + e^{-x/K})}$$



① 2c Donner les valeurs de A et B .

0,5 $A = 5$

95 $B = 2$

avant T_0 $f(T < T_0) = 5$

après T_0 $f(T > T_0) = 7$

- 2d Calculer la quantité de chaleur, Q_1 , reçue par le gaz lors d'une évolution isochore (à volume constant) entre T_f et T_c . On donne :

$$\int \frac{1}{1+e^{-x}} dx = \ln(1+e^x)$$

$$Q_1 = \frac{5}{2} nR(T_c - T_f) + nRK \ln \frac{1+e^{(T_c-T_0)/k}}{1+e^{(T_f-T_0)/k}}$$

$$Q_1 = \int_{T_f}^{T_c} C_v(T) dT = \int_{T_f}^{T_c} \frac{1}{2} \left(S + \frac{2}{1+e^{-(T-T_0)/k}} \right) nR dT$$

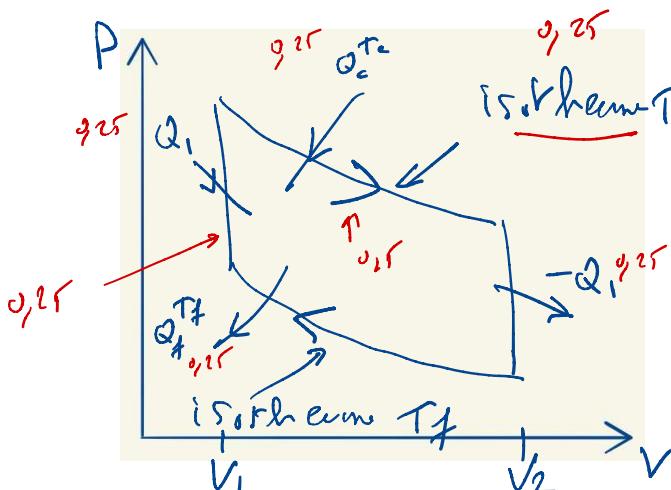
$$= \frac{5}{2} nR(T_c - T_f) + nR \int_{T_f}^{T_c} \frac{1}{1+e^{-(T-T_0)/k}} dT$$

on fait ce changement de variable $u = \frac{T-T_0}{k}$

$$\int_{T_f}^{T_c} \frac{1}{1+e^{-(T-T_0)/k}} dT = \int_{\frac{T_f-T_0}{k}}^{\frac{T_c-T_0}{k}} \frac{K du}{1+e^{-u}}$$

$$= K \left[\ln(1+e^u) \right] \Big|_{\frac{T_f-T_0}{k}}^{\frac{T_c-T_0}{k}}$$

- 2e On considère un cycle de Stirling moteur effectué avec ce gaz entre T_f et T_c . Représenter le cycle sur un diagramme de Clapeyron $P(V)$, en précisant le sens du parcours et le signe des échanges de chaleur. On notera V_1 le volume minimum et V_2 le volume maximum.



- 2f Calculer l'efficacité de ce cycle avec et sans régénérateur et les comparer à l'efficacité maximum possible, η_{\max} .

$$\eta_{\text{sans régénérat.}} = \frac{nR(T_c - T_f) \ln \frac{V_2}{V_1}}{Q_1 + nRT_c \ln \frac{V_2}{V_1}} = \eta_{\max} = \frac{T_c - T_f}{T_f}$$

$$\eta = \frac{-w}{Q_1 + Q_c^{T_c}} \quad \text{et avec régénérat.} \quad \eta = \frac{-w}{Q_c^{T_c}}$$

$$Q_c^{T_c} = \int_{V_1}^{V_2} -\delta U \quad (\text{isotherme et CP}) = \int_{V_1}^{V_2} p dV = nRT_c \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_f^{T_f} = -nRT_f \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$-w = Q_1 + Q_c^{T_c} + Q_f^{T_f} \quad -Q = nR(T_c - T_f) \ln \frac{V_2}{V_1}$$

- 1 2g On s'intéresse maintenant à des transformations adiabatiques réversibles effectuées avec ce même gaz entre T_f et T_c . La loi de Laplace $PV^\gamma = \text{Cst}$ s'applique-t-elle ? Justifiez votre réponse.

Oui

Non

γ n'est pas constant

- 1 2h Exprimer le coefficient adiabatique, γ , pour ce gaz en fonction de T, T_0 et K .

$$\gamma = \frac{9\tau + e^{-\frac{T-T_0}{K}}}{7\tau + 5e^{-\frac{T-T_0}{K}}}$$

$$\gamma = \frac{\frac{C_p}{C_v}}{\frac{T}{T_0}} = \frac{4+2}{7} = \frac{9\tau + e^{-\frac{T-T_0}{K}}}{7\tau + 5e^{-\frac{T-T_0}{K}}}$$

- 1 2i Écrire l'équation différentielle reliant dP, P, V, dV et γ pour cette transformation adiabatique.

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V}$$

(Rq : c'est une question de cours !)

adiabatique $\delta Q=0$ + gaz parfait + loi de Tsale + quasistatique

$$dH = C_p dT = V dP$$

$$dV = C_v dT = -P dV$$

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma = -\frac{V dP}{P dV}$$

- 2j Ré-écrire cette équation différentielle entre dP, P, T, dT et γ puis entre dP, P, T, dT, T_0 et K . Ne pas essayer de la résoudre !

$$1 \frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T}$$

en fonction de T, dT et γ

$$1 \frac{dP}{P} = \frac{nR}{2} \left(T + \frac{2}{1 + e^{-\frac{T-T_0}{K}}} \right) \frac{dT}{T}$$

en fonction de T, dT, T_0 et K

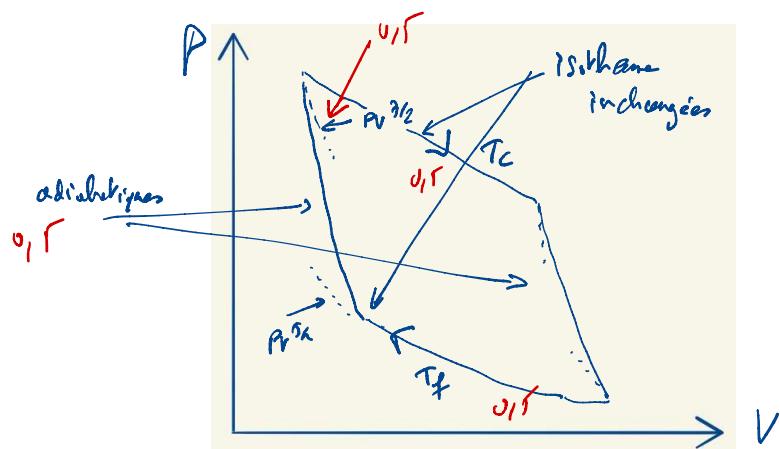
$$\text{de } PV = nRT \text{ on en déduit } \frac{dP}{P} + \frac{\partial V}{V} = \frac{dT}{T}$$

$$\text{et donc } \frac{dP}{P} = -\gamma \left(\frac{dT}{T} - \frac{dP}{P} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T}$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} = \frac{C_p}{C_v(C_p - C_v)} = \frac{C_p}{C_p - C_v} = \frac{C_p}{nR} = \frac{nR}{2} \left(T + \frac{2}{1 + e^{-\frac{(T-T_0)}{K}}} \right)$$

- 2k On effectue un cycle de Carnot avec ce gaz (sens moteur) entre T_f et T_c . Dessiner le cycle sur diagramme $P(V)$ en indiquant les différences et les similarités avec le cas vu en cours où C_v et C_p sont constants.



2l Calculez l'efficacité de ce cycle.

$$\eta = \frac{T_c - T_f}{T_c}$$

Pas besoin de faire le calcul c'est forcément

$$\eta_{\max} = \frac{T_c - T_f}{T_c}$$

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0 \quad Q_c + Q_f = 0 \quad \eta = -\frac{Q_f}{Q_c} = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c}$$

Case supplémentaire. N'utiliser qu'en cas d'absolue nécessité

↓



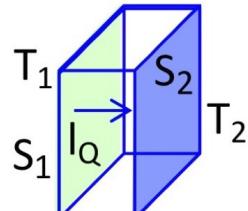
Exercice 3 : Bilan thermique et chauffage solaire d'une piscine (18 pts + 3 pts bonus)

Notations de l'énoncé (liste non exhaustive) :

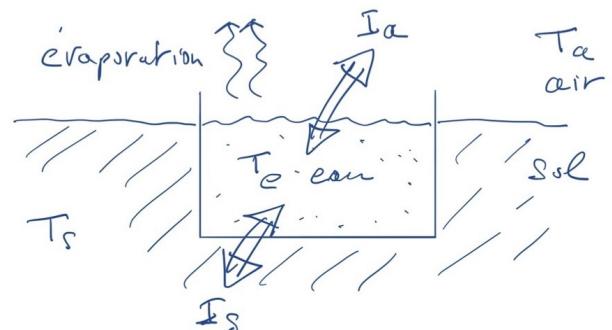
T_e	Température de l'eau	ρ	Masse volumique de l'eau, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
T_a	Température de l'air	h	Profondeur de la piscine $h = 2 \text{ m}$
T_s	Température du sol	G_s	Conductance thermique entre la piscine et le sol
S	Surface de la piscine $S = 50 \text{ m}^2$	G_a	Conductance thermique entre la piscine et l'air
C_m	Capacité calorifique massique de l'eau, $C_m = 4000 \text{ J/kg/K}$		
E_s	Énergie du rayonnement solaire reçue au sol par unité de temps et de surface, $E_s = 1 \text{ kW/m}^2$		
L_m	Chaleur latente massique d'évaporation de l'eau, $L_m = 2000 \text{ kJ/kg}$		

On rappelle la relation entre la différence de température, la conductance thermique G et le transfert de chaleur par unité de temps, I_Q entre deux surfaces à la température T_1 et T_2 , en régime stationnaire.

$$(1) \quad I_{Q,S_1 \rightarrow S_2} = G(T_1 - T_2)$$



On s'intéresse au bilan thermique pour le chauffage solaire d'une piscine, dont les dimensions et les caractéristiques sont données en introduction. L'eau de la piscine est brassée, sa température T_e est homogène. Il n'y a donc pas de transfert de chaleur par convection mais uniquement par conduction thermique de l'eau avec le sol et avec l'air.



Dans cette partie on ne prend pas en compte l'énergie apportée par le rayonnement solaire

- ① 3a On considère les échanges de chaleur en régime stationnaire. Donner les quantités de chaleur reçues par l'eau par unité de temps depuis le sol, I_s , et depuis l'air, I_a , en fonction de G_s , G_a , T_a , T_s et T_e (faire attention aux signes).

$$\text{if } I_s = G_s (T_s - T_e)$$

$$\text{if } I_a = G_a (T_a - T_e)$$

par application directe de la relation (1)

- ① 3b En faisant un bilan des échanges de chaleur dans l'eau en déduire la température de l'eau, T_e .

$$T_e = \frac{G_s T_s + G_a T_a}{G_s + G_a}$$

à l'équilibre

$$\underline{I_s + I_a = 0}$$

$$\Rightarrow (G_s + G_a) T_e = G_s T_s + G_a T_a$$

- ① 3c On tient compte maintenant de l'évaporation de l'eau. On constate qu'il s'évapore en moyenne $d = 0,5$ cm d'eau en 24 heures. Ce chiffre dépend-t-il de : (expliquez vos réponses, plusieurs réponses sont possibles)

- La surface de la piscine $-0,25$
- Le volume de la piscine $-0,25$
- L'humidité de l'air $+0,25$
- La présence de vent $+0,25$

- Si l'air est assez sec, il n'y a pas d'évaporation
l'évaporation \uparrow quand l'humidité \downarrow ✓
- Le vent renouvelle l'air sur la surface de l'eau et détruit l'eau qui vient de s'évaporer
- Le volume s'importe $\propto S$ donc la hauteur $= \frac{V_{\text{vol}}}{S}$ indépendante de S

- ① 3d Évaluez la masse d'eau, m , qui s'est évaporée en 24 heures et l'énergie, E , qui a été nécessaire pour cette évaporation.

$$m = \rho S d$$

$$E = C_m \rho S d$$

Application numérique, $m = 250 \text{ kg}$ $E = 5 \cdot 10^5 \text{ J}$

$$m = 10^3 \cdot 50 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 250 \text{ kg}$$

$$E = 250 \times 2000 = 5 \cdot 10^5 \text{ J}$$

- 3e Soit I_m , la masse d'eau qui s'évapore par unité de temps. En faisant un bilan des échanges de chaleur reçus par l'eau en déduire la température de l'eau, T_e en fonction de G_a , G_s , T_a , T_s , I_m et L_m (faire attention aux signes). On suppose que toute la chaleur nécessaire à l'évaporation est fournie par l'eau et on néglige la variation du volume total d'eau.

$$T_e = \frac{G_a T_s + G_s T_a}{G_a + G_s} - \frac{C_m I_m}{G_a + G_s}$$

L'équation du bilan n'est maintenant

$$G_s (T_s - T_e) + G_a (T_a - T_e) - I_m L_m = 0$$

$$\Rightarrow T_e = \frac{G_a T_s + G_s T_a}{G_a + G_s} - \underbrace{\frac{C_m I_m}{G_a + G_s}}$$

Cette équation est à la fois < 0 > qui attend

Dans cette partie on prend en compte l'énergie apportée par le rayonnement solaire

- 3f Quelle est la quantité de chaleur nécessaire, Q_1 , pour augmenter la température de l'eau de la piscine de $\Delta T = 1^\circ\text{C}$, si la piscine est isolée thermiquement.

$$Q_1 = \rho S h C \Delta T$$

$$\text{Application numérique, } Q_1 = 4.10^8 \text{ J}$$

$$Q_1 = \rho S h C \Delta T$$

Véritable

$$Q_1 = (10^3 \cdot 50 \cdot 2 \cdot 4000 \cdot 1) = 4 \cdot 10^8 \text{ J}$$

- ① 3g Si cette énergie est apportée par le rayonnement solaire et $\epsilon = 10\%$ de cette énergie est absorbée par l'eau, quel est le temps, t , nécessaire ? Commentez le résultat numérique.

$$0,25 \quad t = \frac{Q_1}{\epsilon E_S S}$$

Application numérique, $t = 80000 \approx 24 \text{ heures}$ 0,25

$$Q_1 = \epsilon E_S S t$$

$$t = \frac{Q_1}{\epsilon E_S S}$$

$$t = \frac{4 \cdot 10^8}{0,1 \cdot 10^3 \cdot 50} = \frac{4 \cdot 10^5}{5} = 80000 \text{ (en jours 86400)}$$

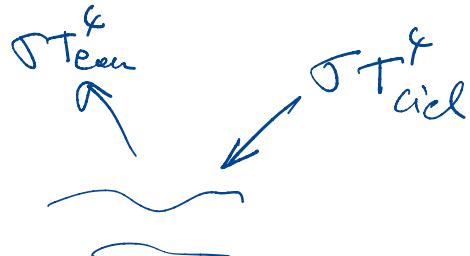
Yn
- 2 heures si $\epsilon = 100\%$

- C'est long, il faudrait prendre en compte l'évaporation jour/heure

- ① 3h On prend en compte les pertes thermiques par conduction et l'évaporation (on néglige la variation du volume total d'eau). Quels sont les modes de transfert de la chaleur qui n'ont pas été considérés dans ce problème ?

0,5
- La convection mais comme on chauffe par dessus, on n'en a pas

0,5
- rayonnement de la chaleur



① 3i Quelle est la température de l'eau, en fonction de G_a , G_s , T_a , T_s , L_m , I_m , E_s , ϵ et S

$$T_e = \frac{G_s T_s + G_a T_a}{G_s + G_a} - \frac{I_m L_m}{G_s + G_a} + \frac{\epsilon E_s S}{G_s + G_a}$$

meilleur calcul que précédemment avec
 $+ \epsilon E_s S$ au place de la liaison thermique

② 3j Lorsque la piscine n'est pas utilisée, on recouvre la surface de l'eau par une bâche noire. Donner plusieurs avantages de procéder ainsi :

- $\epsilon = 100\%$

✓

- pas de refroidissement par évaporation

- $G_a \downarrow$ (intéressant uniquement si $T_a < T_e$)

Dans cette partie on cherche à mesurer G_s et G_a

- 3k On couvre la surface de l'eau par une bâche réfléchissante et isolante de sorte que le chauffage solaire, l'évaporation, et les pertes de conduction avec l'air sont éliminées. On suppose que la loi (1) donnant l'intensité du transfert de chaleur reste valable même quand le régime n'est plus stationnaire. L'eau est initialement à la température T_0 . Montrer que l'équation différentielle donnant l'évolution de la température en fonction du temps, t , G_s , C_m et la masse totale d'eau M peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dT}{T-T_s} = Adt$$

Exprimer A .

$$A = - \frac{G_s}{\pi C}$$

$$I_s = G_s (T_s - T) = \pi C \frac{dT}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T-T_s} = - \frac{G_s}{\pi C} dt$$

- 3l La résoudre et montrer que $T(t) = T_s + (T_0 - T_s)e^{-\frac{G_s}{MC_m}t}$

$$\int_{T_0}^{T(t)} \frac{dT}{T-T_s} = \int_0^t - \frac{G_s}{\pi C} dt$$

$$\ln \frac{T(t) - T_s}{T_0 - T_s} = - \frac{G_s}{\pi C} t \Rightarrow T(t) = T_s + (T_0 - T_s)e^{-\frac{G_s}{\pi C} t}$$

- ② 3m Montrer que, en mesurant la variation de la température dT/dt de l'eau au début de l'expérience on peut en déduire G_s en fonction de $T'_1 = dT/dt$ à $t = 0$, M , $(T_0 - T_s)$ et C_m .

$$G_s = -T'_1 \frac{NC}{T_0 - T_s}$$

(Note on peut le faire aussi avec un DL à $t=0$)

$$\left(\frac{dT}{dt} \right)_{t=0} = T'_1 = A(T_0 - T_s) = -\frac{G_s}{NC} (T_0 - T_s)$$

$$\Rightarrow G_s = -\frac{T'_1 NC}{T_0 - T_s}$$

- 3n On retire la bâche et on fait la même expérience la nuit lorsque l'humidité de l'air est 100 %. Peut-on négliger l'évaporation de l'eau lorsque l'on écrit le bilan thermique ? Justifiez votre réponse.

Oui

Non

humidité 100% $\Rightarrow P_{H2O} = P_{sat}$, pas d'évaporation

- 1 3o Questions bonus : Écrire l'équation différentielle donnant l'évolution de $T(t)$ dans le cas de la question précédente.

$$\frac{dT}{T-B} = Cdt$$

$$B = \frac{a_s T_i + h_a T_a}{a_s + h_a}$$

$$C = - \frac{a_s + h_a}{nC}$$

$$a_s(T_s - T) + h_a(T_a - T) = nC \frac{dT}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T - \frac{a_s T_i + h_a T_a}{a_s + h_a}} = - \frac{a_s + h_a}{nC} dt$$

C'est le résultat de la Q3b, normal

- 1 3p Question bonus, suite : Résoudre l'équation différentielle obtenue à la question précédente.

$$T(t) = B + (T_0 - B) e^{-\frac{a_s + h_a}{nC} t}$$

Même calcul que précédemment

- 1 3q Question bonus, fin : En déduire G_a en fonction de M , C_m , T'_1 , T_a , T_0 et de la variations de la température de l'eau sans la bâche au début de l'expérience $T'_2 = dT/dt$ à $t = 0$.

$$G_a = \frac{1}{\rho C} \frac{T_2 - T'_1}{T_a - T_0}$$

$$T'_2 = -(T_0 - \beta) \frac{\frac{G_a \rho \alpha}{\rho C}}{T_a - T_0} = - \frac{G_a \rho \alpha}{\rho C} \left(T_0 - \frac{G_a T_S + G_a T_a}{G_S + G_a} \right)$$

$$G_S = - T'_1 \frac{\frac{1}{\rho C}}{T_0 - T_S}$$

$$T'_2 = - \frac{G_S \rho \alpha}{\rho C} T_0 + \frac{1}{\rho C} (G_S T_S + G_a T_a)$$

$$= - \frac{T_0}{\rho C} \left(G_a - T'_1 \frac{\rho \alpha}{T_0 - T_S} \right) + \frac{1}{\rho C} \left(G_a T_0 - T'_1 \frac{\rho \alpha}{T_0 - T_S} T_S \right)$$

$$T'_2 - T'_1 \frac{T_0}{T_0 - T_S} + T'_1 \frac{T_S}{T_0 - T_S} = \frac{G_a}{\rho C} (T_a - T_0)$$

$$T'_2 - T'_1 = \frac{G_a}{\rho C} (T_a - T_0) \Rightarrow G_a = \rho C \frac{T'_2 - T'_1}{T_a - T_0}$$

Papier supplémentaire "de secours"

N'utiliser qu'en cas d'absolue nécessité



